

2007年度物理学 A(力学) 近重悠一担当定期試験問題 (2007年9月3日 持込なし;90分)
裏表答案用紙2枚(2枚とも提出) 計算用紙1枚(提出不要)

1 中心力とは何か。定義を述べよ。そして中心力が働いている空間内を動く質点は平面運動を行うことを示せ。

2 質量 m 、電荷 q の荷電粒子が電場 E および磁束密度 B が存在する空間内を速度 v で動いているとき、荷電粒子には Lorentz 力 $q(E + v \times B)$ が加わる。

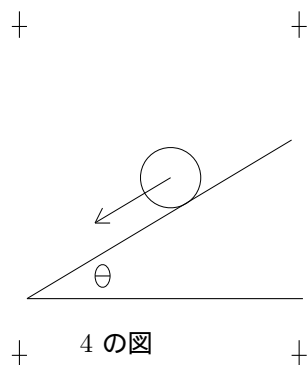
磁束密度 B が一様で弱いとき、回転系に移ると速度は $v = v' + \omega \times r'$ となるから ω をうまくとると、 B^2 の項を無視することにより Lorentz 力の磁束密度による部分の力を取り除いてしまえる。

ここで ω は回転軸方向の単位ベクトルと回転の角速度の積で指定されるベクトルである。
 ω をどうとれば良いか。

3 質量 M 、半径 a の密度一様な剛体球の中心を通る軸の回りの慣性モーメント I を求めよ。

4 (1) 剛体球が水平からの傾きの角 θ の粗い斜面上を $t = 0$ で静止の状態にあったが、その後滑べらずにころがりながら落下していったという。斜面上で時間 t だけ経過したとき球の質量中心は h だけ鉛直方向に下がったという。このときの球の質量中心の力学的エネルギーを h で表せ。ここで斜面と剛体球の静止摩擦係数を μ 、剛体球の質量を M とする。

(2) 滑べりながら斜面を落下していく場合、時刻 t での剛体球の質量中心の斜面方向の速度を求めよ。ここで斜面と剛体球の動摩擦係数を μ' とし、 $t = 0$ のときの剛体球の質量中心の速度を V_0 、回転角速度を ω_0 とする。ただし、 $V_0 - a\omega_0 > 0$ である。



5 回転している銀河は無数の恒星が集り質量が連続的に分布し、恒星同士の万有引力の相互作用の下に球状銀河から徐々に収縮していく系と考えられる。この内力による収縮の際、銀河の大きさが $1/n$ 倍になったとき、中心から r/n だけ離れた点の密度はもとの r だけ離れた点の密度の n^3 倍になってしまうとして銀河の全質量 M が変化しないと仮定しよう。銀河系の角運動量は収縮につれ変化するが、この変化はゆっくりおこるはずで、ここでの近似では保存されるとする。

以下では定性的な議論を展開して球状銀河の半径の角運動量依存性および質量依存性を一様球として仮定し評価しよう。ここで Newton の万有引力定数を G とする。

(i) 銀河系の回転の運動エネルギーは、系の大きさを指定するパラメータ (球状銀河の半径) R の 2 乗に反比例すると考えられることを一様剛体球の近似で示せ。

(ii) 一様に収縮すると仮定しているので銀河の大きさが $1/n$ 倍になったとき恒星同士の内力のポテンシャルエネルギーはどうなるか考えることにより、銀河系のポテンシャルエネルギーの (i) の R 依存性がわかる。一体 R の何乗に依存するか論ぜよ。静止一様球では係数の絶対値が $3GM^2/5$ であるので、これを採用する。

(iii) (i)、(ii) の近似の下で銀河系の力学的エネルギー E を R の関数として表したときのグラフの概形を描け。

(iv) 銀河系の大きさ R はつりあいの位置、つまりこのグラフの極値を与える位置と考えることができる。これまでの近似で R はどう表されるか、角運動量 L 、質量 M 等を用いて書き下せ。

(実際の銀河は球状で収縮し半径方向の収縮が止まった後でも、角運動量ベクトルに平行な方向には回転運動エネルギーの増加は伴わないのでさらに収縮して、円盤状の銀河構造が実現していると考えられる。)

注意：以下の事項を守らない場合、不正行為とみなされることがある。
学生証、時計、および筆記用具以外のものを机の上に置かない。筆入れなども鞆等にしまい、鞆は机の中、脇の椅子または床の上に置く。
携帯電話等を時計の代わりに使用してはならない。
特に出題者からの持ち込み可の指定がないかぎり、教科書、参考書、ノート等は鞆にしまう。
解答用紙や計算用紙は所定の枚数以上に取らない。
解答用紙は未記入であっても全て提出すること。